

HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Conference Paper, Published Version

Kinzler, Steffen; Grabe, Jürgen

Entwurf geotechnischer Konstruktionen unter Anwendung der multikriteriellen Optimierung

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/105324>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

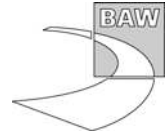
Kinzler, Steffen; Grabe, Jürgen (2009): Entwurf geotechnischer Konstruktionen unter Anwendung der multikriteriellen Optimierung. In: Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.): Aktuelle Entwicklungen bei der Anwendung numerischer Verfahren in der Geotechnik. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 31-46.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.





ENTWURF GEOTECHNISCHER KONSTRUKTIONEN UNTER ANWENDUNG DER MULTIKRITERIELLEN OPTIMIERUNG

STEFFEN KINZLER & JÜRGEN GRABE

*Institut für Geotechnik und Baubetrieb, Technische Universität Hamburg-Harburg, Harburger
Schlossstrasse 20, 21079 Hamburg, Email: [steffen.kinzler;grabe]@tu-harburg.de*

Kurzfassung: Der Entwurf geotechnischer Konstruktionen ist ein komplexer Suchprozess unter vielfältigen Randbedingungen. Üblicherweise werden Entwürfe auf Grundlage von Erfahrung und Variantenstudium ermittelt. Ganzheitliche Ansätze, die unterschiedliche Entwurfsaspekte im Rahmen einer multikriteriellen Entwurfsoptimierung miteinbeziehen und unter Einsatz numerischer Optimierungsverfahren zu einer Lösung gelangen existieren bislang nicht. Im vorliegenden Beitrag wird die numerische Optimierung einer Kombinierten Pfahl-Platten Gründung unter mehrfacher Zielsetzung und auf Grundlage einer analytischen Berechnung vorgestellt. Für die realistische Beurteilung von Gebrauchszuständen wird der Ansatz auf die Entwurfsoptimierung im Gebrauchszustand auf der Grundlage Finiten-Elemente Berechnungen ausgeweitet. Für diesen Fall werden zwei unterschiedliche Ansätze vorgestellt und anhand von Beispielen erläutert. Die Ergebnisse werden interpretiert und der Nutzen einer multikriteriellen Entwurfsoptimierung herausgestellt

1. Einleitung

Der Entwurfsprozess in den Ingenieurwissenschaften ist ein innovativer, kreativer und heuristischer Suchvorgang, bei dem unter vorgegebenen Randbedingungen ein definiertes Ziel erreicht werden soll. Die systembedingten Schwierigkeiten speziell bei geotechnischen Entwürfen sind maßgeblich auf komplexe Boden-Bauwerk-Interaktionen sowie das nichtlineare Verhalten des Bodens zurückzuführen.

Dies bedingt, dass die quantitative Auswirkung einer Veränderung der Entwurfsparameter auf bestimmte Zielgrößen a priori unbekannt ist. Nur selten gelingt es daher dem Entwurfsverfasser, allen Anforderungen in gleichem Maße gerecht zu werden (Schmidt & Mallet, 1963).

Ganzheitliche Ansätze, die unterschiedliche Aspekte des geotechnischen Entwurfs in Zusammenschau betrachten, existieren bisher nicht. Konstruktive Entwürfe und zugehörige numerische Modelle werden bislang nicht oder nur sehr eingeschränkt in Form von Sensitivitätsanalysen der freien Konstruktionsparameter beurteilt.

In anderen Wissensgebieten wie beispielsweise im Maschinenbau haben moderne Methoden der mathematischen Optimierung Eingang gefunden. Verfahren der numerischen Optimierung werden dort zur Lösung komplexer Problemstellungen erfolgreich herangezogen. Vergleichbare Ansätze spielen in der Geotechnik bislang eine untergeordnete Rolle (Ciegis et al., 2006).

Im vorliegenden Artikel wird der Nutzen der Anwendung von Optimierungsverfahren als Unterstützung im Entwurf geotechnischer Tragsysteme gezeigt. Das Potential dieser Methoden für den entwerfenden Ingenieur wird an Beispielen sichtbar gemacht.

Bislang wurden von den Verfassern Optimierungsberechnungen geotechnischer Bauwerke auf der Grundlage klassischer erdstatischer Berechnungen durchgeführt. Vielversprechende Ergebnisse wurden dabei für Stützwände (Kinzler & Grabe, 2006) sowie für Pfahlgründungen erzielt (Kinzler et al., 2008). Nach der Darstellung der Grundlagen der Optimierung in Abschnitt 2 wird beispielhaft die optimale Dimensionierung einer kombinierten Pfahl-Platten Gründung in Abschnitt 3 vorgestellt.

Um eine realistische Beurteilung von Gebrauchszuständen in die Entwurfsfindung mit einzubeziehen, wird die multikriterielle Optimierung mit der Finite-Elemente Methode kombiniert. Dadurch wird es möglich, geotechnische Tragsysteme auch im Hinblick auf deren Verformungsverhalten numerisch zu

optimieren. Finite-Elemente Analysen lassen sich auf diese Weise mit Entwurfsgesichtspunkten statischer, kostenplanerischer und baubetrieblicher Natur koppeln. Die Ansätze dazu werden in den Abschnitten 4 und 5 vorgestellt und auf den Entwurf einfacher Gründungssysteme angewandt.

2. Grundlagen der Optimierung

Hinsichtlich der grundlegenden Optimierungskonzepte ist zwischen mono- und multikriterieller Optimierung zu unterscheiden. Während monokriterielle Optimierungsaufgaben die Minimierung einer Zielfunktion betrachten, sind bei multikriteriellen Optimierungsaufgaben mehrere Zielfunktionen gleichzeitig zu minimieren. Monokriterielle Optimierungsaufgaben verfügen i.d.R. über eine globale Lösung, die Lösung multikriterieller Optimierungsaufgaben dagegen stellt eine Menge optimaler Lösungen dar.

2.1. MONOKRITERIELLE OPTIMIERUNG

Die monokriterielle Optimierungsaufgabe besteht in der Minimierung einer Zielfunktion $f(x)$, ggf. unter den Gleichungsrandbedingungen $g_i(x)$ und den Ungleichungsrandbedingungen $h_j(x)$:

$$\min \{f(\bar{x}) \mid \bar{x} \in M \mid g_i(\bar{x}) = 0, i = 1, \dots, n; h_j(\bar{x}) \leq 0, j = 1, \dots, n\} \quad (1)$$

Ein zulässiger Punkt $x^s \in M$ mit

$$f(x^s) = \min \{f(x) \mid x \in M\} \quad (2)$$

heißt globales Minimum des in Gleichung (1) definierten Problems.

2.2. MULTIKRITERIELLE OPTIMIERUNG

Das restringierte multikriterielle Optimierungsproblem lautet analog zu Gleichung (1)

$$\min \{\bar{f}(\bar{x}) \mid \bar{x} \in M \mid g_i(\bar{x}) = 0, i = 1, \dots, n; h_j(\bar{x}) \leq 0, j = 1, \dots, n\} \quad (3)$$

Dabei wird jedoch nicht wie in Gleichung (1) nur eine, sondern mehrere Zielfunktionen betrachtet. Die Definition der Optimalität des monokriteriellen Problems aus Gleichung (2) wird hier durch das Konzept der Dominanz ersetzt.

Eine Lösung \bar{x}_1 dominiert eine Lösung \bar{x}_2 , wenn $f_k(\bar{x}_1)$ für alle $k = 1, \dots, l$ in keinem Ziel k schlechter, aber mindestens in einem streng besser ist als $f_k(\bar{x}_2)$. Die mathematische Schreibweise lautet

$$\bar{x}_1 \prec \bar{x}_2 \quad (4)$$

Für die Anwendung des Dominanzkonzeptes ist eine Transformation der Lösungsmenge vom Entwurfs- in den Kriterienraum erforderlich. Die Menge aller im Kriterienraum nicht dominierten Punkte werden als Pareto-optimale Punkte bezeichnet.

2.3. NUMERISCHE LÖSUNG VON OPTIMIERUNGSAUFGABEN

2.3.1. Grundlagen

Für die Lösung von Optimierungsproblemen kommen i.d.R. numerische Verfahren zum Einsatz, analytische Lösungen existieren nur für wenige Sonderfälle. Die Geschichte der Entwicklung numerischer Optimierungsverfahren reicht zurück bis zu Leibnitz und Newton. Konventionelle Verfahren bestimmen die Extremwerte reellwertiger Funktionen einer oder mehrerer Veränderlicher mit oder ohne Nebenbedingungen auf der Grundlage von Gradienteninformationen. Daneben existieren zahlreiche Optimierungsverfahren, mittels derer sich spezielle Aufgabenstellungen effizient lösen lassen.

Komplexe Aufgabenstellungen der praktischen Anwendung erfordern leistungsfähige und robuste Verfahren. Insbesondere bei Zielfunktionen mit einer Vielzahl lokaler Optima, sowie bei komplizierten

Problemen, bei denen nicht alle Parameter reellwertig sind oder Unstetigkeiten der Zielfunktion vorliegen, stoßen die klassischen Verfahren schnell an ihre Grenzen. Statt dessen kommen dort mit großem Erfolg stochastische Verfahren zum Einsatz.

Kennzeichnend für diese Verfahren ist die Verknüpfung von zielgerichteter Suche und Zufallselementen, um eine vorzeitige Konvergenz zu verhindern. Sie verfügen in der Regel über eine verhältnismäßig einfache Struktur und sind mehr oder weniger deutlich durch natürliche Adaptionsprozesse inspiriert. Entscheidender Vorteil dieser Verfahren ist die Unabhängigkeit von der Struktur der Zielfunktion und den Nebenbedingungen. Nachteilig wirkt sich der durch häufige Auswertungen der Zielfunktion bedingte hohe Berechnungsaufwand aus.

Mit den Evolutionären Algorithmen kommt für die Entwurfsoptimierung ein stochastisches Optimierungsverfahren zum Einsatz. Evolutionäre Algorithmen sind zur Lösung sogenannter *black-box* Probleme geeignet, ihre Anwendbarkeit zur Lösung derartiger Problemklassen wurde in einer Vielzahl von Studien unter Beweis gestellt (Zilinskas, 2002).

2.3.2. Evolutionäre Algorithmen

Evolutionäre Algorithmen sind in ihren Operatoren an die Prinzipien der biologischen Evolution angelehnt. Ein evolutionärer Algorithmus ist ein populationsbasiertes Iterationsverfahren, bei dem in einem Iterationsschritt mehrere Parametersätze vergleichend betrachtet werden. Auf diese Parametersätze wird ein im Sinne einer oder mehrerer Zielfunktionen formuliertes Bewertungsprinzip angewandt, um mit Abbruch der Iteration zu optimalen Lösungen zu gelangen (Goldberg, 1989).

Nach einer Initialisierungsphase zu Beginn der Optimierung wird eine zielgerichtete Suche über mehrer Generationen durchgeführt. In jeder Generation wird die Zielfunktion für alle Parametersätze ausgewertet, den im Sinne der Optimierung besten Lösungen wird eine erhöhte Fitness zugewiesen. Durch die Anwendung evolutionärer Operatoren wie Rekombination und Selektion werden aus den bestehenden neue Parametersätze erstellt. Dieser Prozess führt im Idealfall zur Entwicklung immer besserer Lösungen. Abbildung 1 zeigt schematisch die Grundstruktur eines Evolutionären Algorithmus.



Abbildung 1: Grundstruktur eines evolutionären Algorithmus

Im Unterschied zu den klassischen deterministischen Optimierungsverfahren lassen sich mittels evolutionärer Algorithmen parallele Suchen durchführen, Gradienteninformationen sind nicht erforderlich und die Lösung eines Problems ist unabhängig von der Repräsentation der Variablen. Somit lassen sich mittels Evolutionärer Algorithmen auch bei stark nichtlinearen Zielfunktionen sowie bei Diskontinuitäten in Zielfunktion(en) und Nebenbedingungen brauchbare Lösungen erzielen (Deb, 2001). Durch die parallele Suche können in einem Optimierungszyklus auch multikriterielle Optimierungsprobleme gelöst werden.

3. Motivation: Optimale Dimensionierung einer kombinierten Pfahl-Platten Gründung

3.1. FORMULIERUNG DER OPTIMIERUNGSAUFGABE

Kombinierte Pfahl-Platten Gründungen stellen wirtschaftliche Gründungskonzepte dar, mit deren Hilfe Setzungen reduziert und Gründungselemente besser ausgenutzt werden können. Das Tragverhalten einer kombinierten Pfahl-Platten Gründung beruht auf einer komplizierten mechanischen Wechselwirkung zwischen Bodenplatte und Pfählen, die auf der strukturellen Kopplung und der gegenseitigen Interaktion durch den anstehenden Baugrund beruht.

Hinsichtlich einer Prognose des Trag- und Verformungsverhaltens stellen kombinierte Pfahl-Platten Gründungen eine große Herausforderung dar. Die optimale Anzahl und Anordnung der Pfähle sowie die Dimensionierung von Pfählen und Platte sind durch Probieren nur schwer zu bestimmen. Die Abhängigkeiten der Systemantwort von diesen Parametern ist unbekannt und nur in Sonderfällen hinreichend genau abschätzbar (Kim et al., 2000).

Als optimal sind Lösungen dann zu bezeichnen, wenn minimale Gründungsverformungen unter effizientem Materialeinsatz erzielt werden. Ökonomisch betrachtet sind die Kosten der Gründung so zu minimieren, dass ein möglichst günstiger Entwurf gefunden wird, der den statischen Anforderungen genügt. Ist bekannt, welche maximale Setzung das Gebäude aufnehmen kann, so kann diese in Form einer Nebenbedingung berücksichtigt werden. Die Optimierungsaufgabe kann dann im Sinne einer Kostenminimierung als monokriterielles Optimierungsproblem gelöst werden. Eine allgemeinere Lösung wird erhalten, wenn neben den Kosten auch die Setzung als weiterer Zielparameter in die Optimierung eingeht. Die daraus resultierende multikriterielle Optimierungsaufgabe wird im Folgenden gelöst.

Für die folgende Optimierungsberechnung wird näherungsweise davon ausgegangen, dass die Herstellkosten mit dem Gesamtvolumen der Gründung verknüpft sind. Aus diesem Grund stellt das Fundamentvolumen eine Zielgröße der Optimierung dar.

3.1.1. Berechnungsmodell

Das Berechnungsmodell basiert auf analytischen Lösungen der einzelnen Teilaspekte des geotechnischen Randwertproblems. Die Sohlplatte wird dabei mit Kirchhoff'schen Plattenelementen diskretisiert, die Modellierung des Bodens geschieht mit Hilfe von Randelementen unter Berücksichtigung des Steifemodulverfahrens nach Boussinesq. Die Pfähle werden als finite Stabelemente diskretisiert. Das nicht-lineare Last-Setzungs-Verhalten der Pfähle wird ebenso berücksichtigt wie die Pfahlkompression im Rahmen der Elastizitätstheorie. Die Interaktionseinflüsse zwischen Pfählen und Platte werden durch die Veränderung des Spannungszustandes im Boden und die Berücksichtigung der Interaktionseinflüsse Platte auf Pfähle, Pfähle auf Platte und Pfähle untereinander berücksichtigt. Für dieses Modell werden kurz die Ergebnisse der Optimierung einer beispielhaften kombinierten Pfahl-Platten Gründung vorgestellt. Eine ausführliche Beschreibung des Rechenmodells findet sich bei König (2008).

3.2. BEISPIELHAFTER GRÜNDUNGSENTWURF

Es wird die Optimierung einer beispielhaft gewählten kombinierten Pfahl-Platten Gründung durchgeführt. Eine Last von 200 MN ist dabei auf einer Gründungsfläche von 25×25 m in Form einer kombinierten Pfahl-Platten Gründung mit 9 Gründungspfählen zu gründen. Die freien Optimierungsparameter sind die Plattendicke d_R , die Pfahlpositionen p_i und die Pfahllängen l_i .

Um das Optimierungspotential aufzuzeigen, wurde im Vorhinein eine ingenieurmäßige Lösung berechnet. Diese weist einen Pfahlabstand von $p_i = 4,50$ m sowie Pfahllängen von $l_i = 25$ m und eine Plattendicke von 2,0 m auf.

Die Auswertung der Zielfunktionen ergibt für diesen Fall eine maximale Setzung von $s_{\max} = 6,77$ cm bei einem Volumen von $V = 1648 \text{ m}^3 / \text{m}$.

3.3. DEFINITION DER OPTIMIERUNGSAUFGABE

Die Optimierungsaufgabe in Form des in Abschnitt 3.1 definierten Optimierungsproblems besteht in der gleichzeitigen Minimierung der maximalen Setzung und des Fundamentvolumens.

Die multikriterielle Optimierungsaufgabe lautet also wie folgt:

$$\min \vec{f} = [s(p_1, p_2, l_1, l_2, l_3, d) \quad V(p_1, p_2, l_1, l_2, l_3, d)]^T \quad (5)$$

unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen

$$1 \leq p_i \leq 11 \quad 1 \leq l_i \leq 40 \quad 0,5 \leq d \leq 6,0 \quad (6)$$

Die Menge der Pareto-optimalen Lösungen des in Gleichung (5) gegebene Optimierungsproblems unter Berücksichtigung der Randbedingungen in Gleichung (6) wird mittels Evolutionärer Algorithmen bestimmt.

3.4. ERGEBNISSE DER OPTIMIERUNG

Die Menge der im Zuge der Optimierung ermittelten Lösungen ist grafisch in Abbildung 2 dargestellt. Die ingenieurmäßige Lösung ist hervorgehoben, ebenso mögliche Verbesserungen dieser Lösung. Es wird deutlich, dass großes Optimierungspotential besteht. So lassen sich beispielweise die Setzungen bei gleichem Gründungsvolumen um ca. 40% deutlich reduzieren. Andernfalls können die gleichen Setzungen mit einem wesentlich geringeren Fundamentvolumen (etwa 1/4 des Ausgangsvolumens) erreicht werden. Die Lösungen der drei hervorgehobenen Fälle sowie die zugehörigen Parameter sind in Tabelle 1 dargestellt.

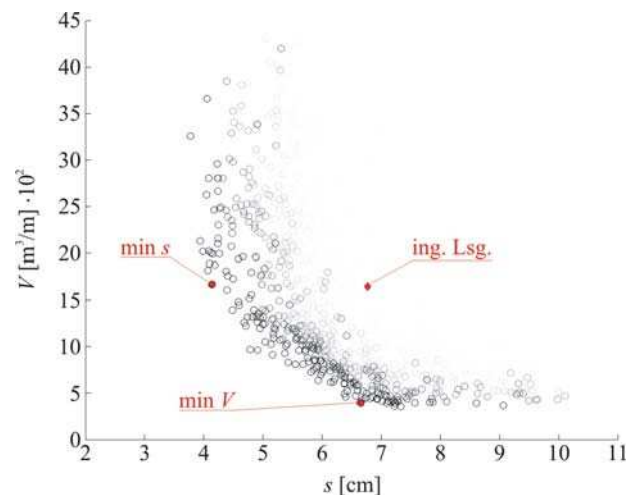


Abbildung 2. Ergebnisse der multikriteriellen Optimierung einer kombinierten Pfahl-Platten Gründung

Tabelle 1: Ergebnisse der multikriteriellen Optimierung einer kombinierten Pfahl-Platten Gründung für ausgewählte Optimierungskriterien.

	Ergebnisse		Parameter					
	s [cm]	V [m³]	p ₁ [m]	p ₂ [m]	l ₁ [m]	l ₂ [m]	l ₃ [m]	d [m]
ing. Lsg.	6,77	1648	4,50	4,50	25,0	25,0	25,0	2,00
min V	6,65	394	3,86	1,68	4,33	1,77	2,94	0,55
min s	4,14	1671	3,47	5,04	21,17	7,99	1,11	2,34

Die Darstellung der unterschiedlichen Geometrien in Abbildung 3 vermittelt zudem einen visuellen Eindruck sowohl der ingenieurmäßigen als auch der beiden optimierten Lösungen.

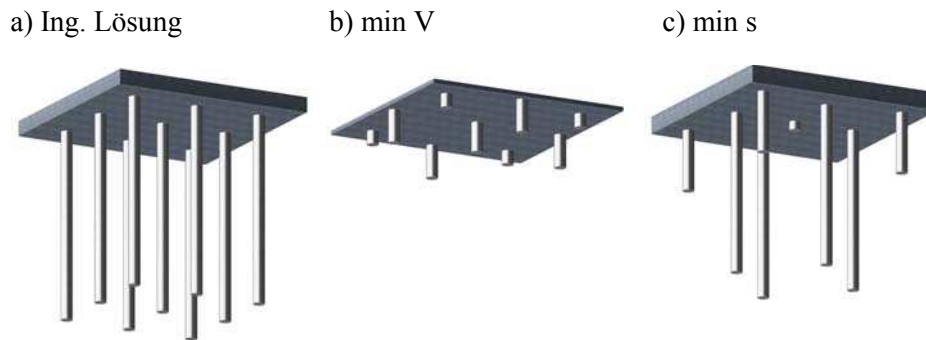


Abbildung 3: Geometrien ausgewählter Lösungen der kombinierten Pfahl-Platten Gründung, a) Ingenieurmäßige Lösung, b) Volumenminimierung bei gleicher Setzung, c) Setzungsreduktion bei gleichem Volumen.

Die Ergebnisse zeigen deutlich den Nutzen und das Potential einer numerischen Optimierung im Entwurfsprozess auf. Potentiale können dadurch besser ausgeschöpft und ungünstige Lösungen vermieden werden. Um insbesondere das Verformungsverhalten im Gebrauchszustand realistische beurteilen zu können, sind Finite-Elemente Analysen unumgänglich. Mögliche Optimierungstechniken in Kombination mit der Methode der Finiten Elemente werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

4. Geometrische Topologieoptimierung

4.1. STRUKTURMECHANISCHE GRUNDLAGEN

Im Rahmen einer geometrischen Topologieoptimierung wird eine Struktur durch ihre Ausdehnung beschrieben. Dies umfasst u.a. Außenkanten, Oberflächen und ggf. Aussparungen. Je nach zu Grunde liegender Struktur können beispielsweise auch die Knoten von Fachwerkkonstruktionen oder die Querschnittsformen von Balkenelementen die Topologie bestimmen.

Nach Formulierung von Zielfunktionen und Nebenbedingungen (z.B. in Form einer Gewichtsminimierung einer Struktur als Zielfunktion bei gleichzeitiger Spannungsbegrenzung als Nebenbedingungen) werden diese mittels eines numerischen Optimierungsverfahrens gelöst. Anwendungen findet diese Methode im Bauingenieurwesen vorwiegend in der klassischen Tragwerksplanung (Hasançebi & Erbatur, 2001).

4.2. ANWENDUNG IN DER GEOTECHNIK

Die geometrische Topologieoptimierung kann für den Entwurf einer geotechnischen Tragstruktur ohne größere Anpassungen angewandt werden. In Form einer Parametrisierung der Entwurfsaufgabe in Kombination mit der Formulierung von Entwurfszielen können auf der Grundlage von Finite-Elemente Analysen mittels eines numerischen Optimierungsverfahrens optimale Entwürfe ermittelt werden.

4.3. BEISPIEL

Die dargestellte geometrische Topologieoptimierung wird im Folgenden für ein einfaches Anwendungsbeispiel aus der Geotechnik eingesetzt. Die Flachgründung einer Lärmschutzwand ist so zu dimensionieren, dass die Fundamentsetzung ebenso wie die Schiefstellung und das Fundamentvolumen minimiert werden. Die variablen Entwurfparameter sind die Fundamentbreite, die Einbindetiefe sowie die Neigung der Unterkante des Fundamentes. System, Belastung sowie die Entwurfparameter sind in Abbildung 4 dargestellt.

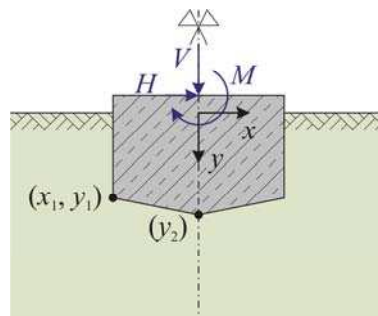


Abbildung 4: System und Belastung sowie zu optimierende Fundamentgeometrie der Gründung einer Lärmschutzwand

Der Boden wird mit dem hypoplastischen Stoffgesetz nach von Wolffersdorff (1996) mit der Erweiterung um die intergranularen Dehnungen nach Niemunis & Herle (1997) modelliert, der Beton linear-elastisch. Die Zielparameter sind in Abbildung 5 definiert.

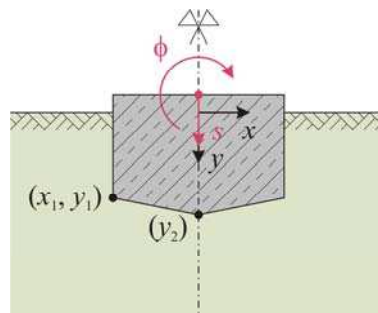


Abbildung 5: Geometrische Interpretation der Zielgrößen der Optimierungsaufgabe sowie der Entwurfsparameter

Die Optimierungsaufgabe kann also wie folgt definiert werden:

$$\min \vec{f} = [s(x_1, y_1, y_2) \quad \phi(x_1, y_1, y_2) \quad Vol(x_1, y_1, y_2)]^T \quad (7)$$

unter den Nebenbedingungen

$$1,0 \leq x_1 \leq 4,0 \quad 1,0 \leq y_1 \leq 4,0 \quad 0,5 \leq y_2 \leq 4,0 . \quad (8)$$

Für die in Gleichung (7) definierte Optimierungsaufgabe wird die Lösung mittels eines Evolutionären Algorithmus ermittelt.

Die dreidimensionale Darstellung aller im Zuge der Optimierung berechneten Parametersätze im Kriterienraum zeigt Abbildung 6. Die Schattierung gibt Aufschluss über den zugehörigen Iterationsschritt des Evolutionären Algorithmus. Je intensiver die Färbung der Punkte ist, umso weiter ist der Algorithmus bereits fortgeschritten. Die tiefroten Punkte schließlich stellen die Pareto-optimalen Lösungen im letzten Iterationsschritt dar.

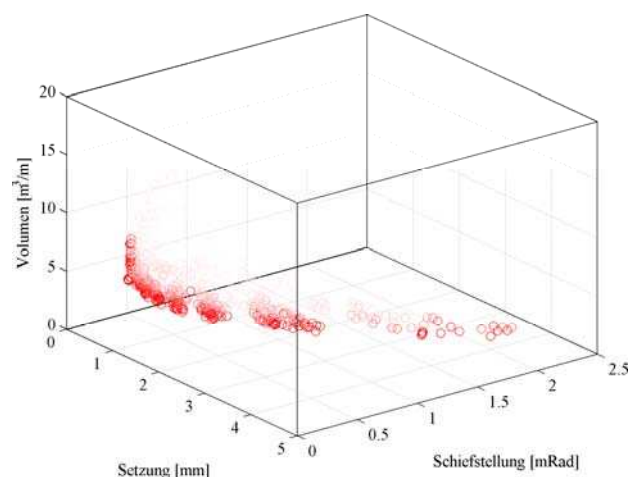


Abbildung 6: Grafische Darstellung der Zielgrößen aller im Zuge der Optimierung berechneten Parametersätze

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird die Darstellung in einen zweidimensionalen Plot mit Farbabstufungen transferiert. In Abbildung 7 sind die Pareto-optimalen Punkte dargestellt. In Tabelle 2 sind zudem ausgewählte Parametersätze explizit wiedergegeben. Es handelt sich dabei um die jeweils absolut erreichten Minima bezüglich der drei Entwurfskriterien.

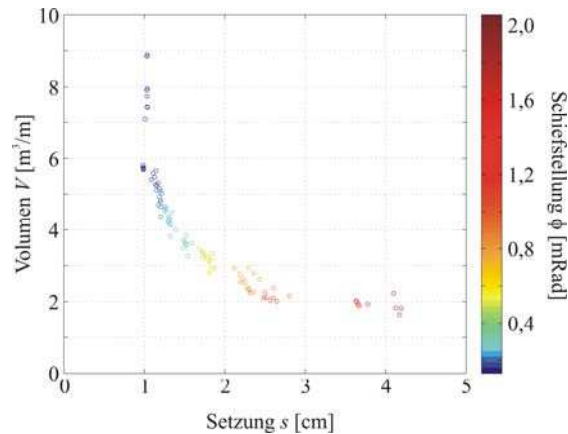


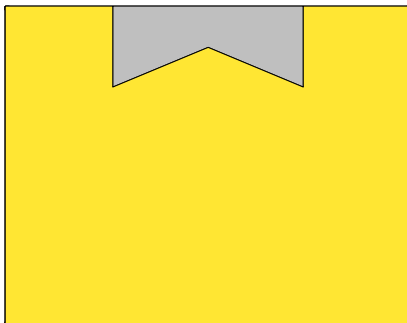
Abbildung 7: Ergebnisse der multikriteriellen Optimierung der Gründung einer Lärmschutzwand

Tabelle 2: Darstellung ausgewählter Ergebnisse der multikriteriellen Optimierung der Gründung einer Lärmschutzwand

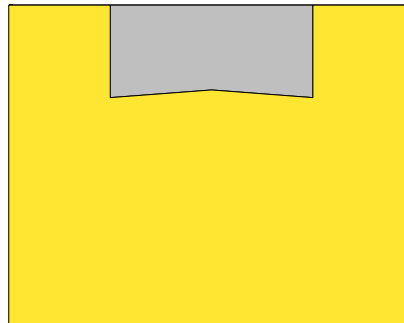
	Ergebnisse			Parameter		
	s [cm]	ϕ [mRad]	V [m³/m]	x_1 [m]	y_1 [m]	y_2 [m]
min s	0,98	0,130	5,75	3,76	-1,01	-0,52
min ϕ	1,03	0,129	8,85	4,00	-1,15	-1,06
min V	4,17	1,929	1,64	1,08	-1	-0,51

Die zugehörigen Fundamentgeometrien sind in Abbildung 8 dargestellt.

a) Minimale Setzung s



b) Minimale Schiefstellung ϕ



c) Minimales Volumen V

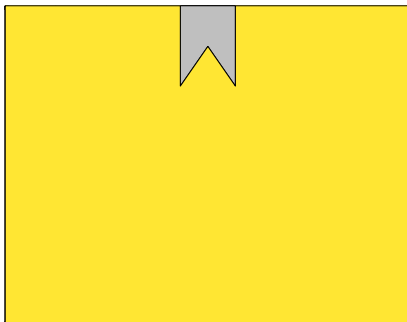


Abbildung 8: Darstellung der jeweils optimalen Fundamentgeometrien für a) minimale Setzung, b) minimale Schiefstellung und c) minimales Fundamentvolumen

Für die drei dargestellten Extremfälle stellen sich die erwarteten Werte ein. Die minimale Setzung wird für den Fall der maximal möglichen Fundamentbreite bei gleichzeitig minimalem Eigengewicht erhalten. Durch die in Abbildung 8 a) dargestellte Keilform wird ein ödometrisches Verhalten des Bodens direkt unterhalb des Fundaments auf Grund einer behinderten Seitendehnung erzwungen. Die minimale Schiefstellung wird bei maximaler Fundamentbreite und maximalem Eigengewicht erhalten. Durch die Gewichtsmaximierung verändert sich der Spannungszustand im Boden, dieser wird steifer, was sich wiederum positiv auf die Differenzsetzungen auswirkt. Der Unterschied der Absolutsetzung im Vergleich zur optimalen Geometrie der minimalen Setzung ist marginal. Die minimalen Abmessungen werden erhalten, wenn das Fundament die unter Erfüllung der Nebenbedingungen minimal möglichen Abmessungen annimmt. Auch dieser Extremfall stellt ein Ergebnis der Optimierung dar.

Der wirkliche Nutzen der multikriteriellen Optimierung zeigt sich jedoch darin, dass eine Menge Pareto-optimaler Lösungen gefunden wird. Die drei oben explizit dargestellten Lösungen ließen sich auch durch Skalarisierungsstrategien hinsichtlich der Zielfunktionen ermitteln. Entscheidend bei einer multikriteriellen Optimierung ist jedoch die Vermeidung nicht optimaler Lösungen, wie sie in Abbildung 6 schattiert dargestellt sind. Dies leistet der Algorithmus. Auf der Grundlage der möglichst genauen Kenntnis der Menge der Pareto-optimalen Lösungen kann in einem nachgeschalteten Entscheidungsprozess nach subjektiven Kriterien des Entscheidungsträgers eine mögliche Lösung ausgewählt werden. Zudem wird nur aus der Lösung ersichtlich, welche Auswirkung beispielsweise eine Setzungsreduktion auf das Volumen bzw. die Schiefstellung des Fundaments hat.

5. Strukturelle Topologieoptimierung

5.1. STRUKTURMECHANISCHE GRUNDLAGEN

Die strukturelle Topologieoptimierung beschreibt in der Strukturmechanik eine Entwurfstechnik, an deren Ende eine Struktur entstanden ist, die das Optimum hinsichtlich einer mechanischen Zielgröße, beispielsweise der Verformung darstellt. Im Zuge der Berechnung wird Strukturmaterial innerhalb eines möglichen Entwurfsraumes verteilt.

Ein sehr anschauliches Beispiel für strukturmechanische Topologieoptimierung liefert Sigmund (2001). In dem Beitrag wird ein Programm vorgestellt, mittels dessen sich die Nachgiebigkeit einer Struktur unter definierten Lasten und Randbedingungen bei vorgegebenem Materialeinsatz innerhalb eines definierten Entwurfsraumes minimieren lässt.

Die Zielfunktion stellt die Minimierung des Verzerrungsfeldes

$$\min c(\vec{x}) = \vec{U}^T \mathbf{K} \vec{U} \quad (9)$$

unter den Nebenbedingungen für die Materialmenge

$$\frac{V_0}{V} = f, \quad (10)$$

das statische Gleichgewicht

$$\mathbf{K} \vec{U} = \vec{F} \quad (11)$$

und die Grenzen für die Materialdichte in den einzelnen Elementen

$$0 < \vec{x}_{\min} \leq \vec{x} \leq 1 \quad (12)$$

dar. \vec{U} und \vec{F} repräsentieren dabei die globalen Verschiebungs- bzw. Kraftvektoren, \mathbf{K} die globale Steifigkeitsmatrix und \vec{x} ist der Vektor der Entwurfsvariablen, im vorliegenden Fall die relative Materialdichte in den einzelnen Elementen.

Für einen mittig belasteten Einfeldträger ergibt sich im Zuge der iterativen Berechnung die in Abbildung 9 dargestellte optimale Struktur.

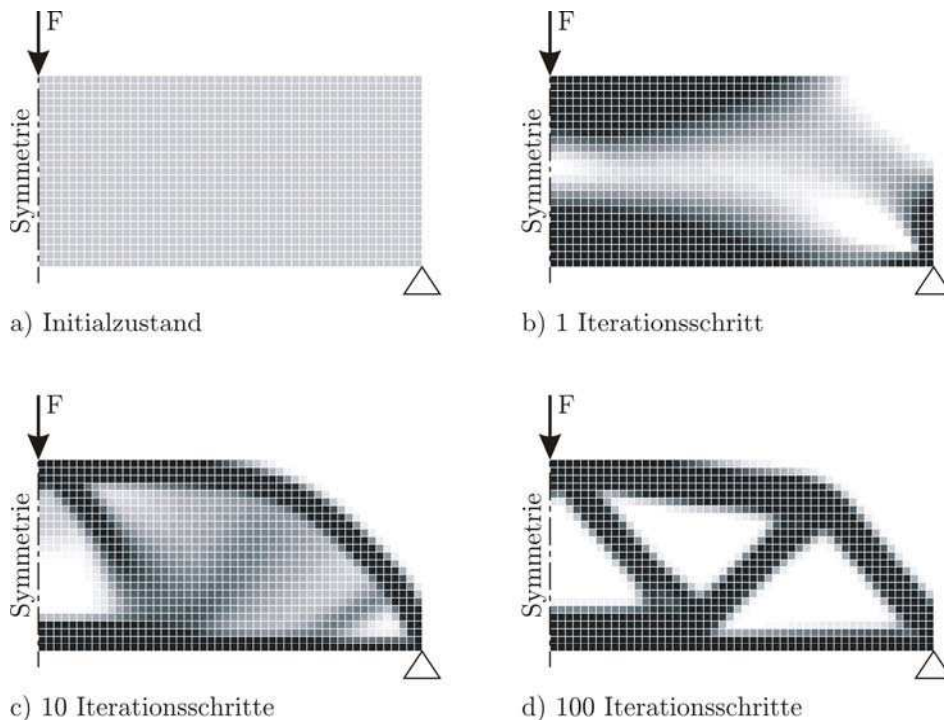


Abbildung 9: Beispiel der strukturellen Topologieoptimierung eines Einfeldträgers (Sigmund, 2001)

Das dargestellte Optimierungsproblem kann mittels unterschiedlicher Verfahren der linearen bzw. nichtlinearen Optimierung gelöst werden. Eine Optimierung hinsichtlich anderer Zielgrößen ist je nach Aufgabenstellung ebenso denkbar.

5.2. ANWENDUNG IN DER GEOTECHNIK

Für geotechnische Anwendungen sind die in Abschnitt 5.1 entwickelten mechanischen Grundlagen in der dargestellten Form nicht einsetzbar. Der geotechnische Entwurfsraum ist gekennzeichnet durch den Initialzustand (nur Boden vorhanden) und den Endzustand (Struktur im Boden eingebettet). Der Übergang zwischen beiden wird in der klassischen FEM durch Vereinfachungen realisiert („wished-in-place“ Verfahren, siehe Grabe & Hügel (2007)).

Damit verbunden ist i.d.R. eine sprunghafte Änderung des Materialverhaltens. Um dennoch Konvergenz in der Berechnung sicherzustellen, ist eine numerische Stabilisierung erforderlich. Im Sinne einer strukturellen Topologieoptimierung ist diese Vorgehensweise jedoch nicht sinnvoll, da die Gründungsgeometrie vom Anwender vorgegeben ist. Wünschenswert ist statt dessen die Anpassung der Materialparameter (Boden wird zu Struktur) für den Fall, dass ein bestimmtes oder mehrere Kriterien erreicht werden. Zu diesem Zweck wird ein modifiziertes Mohr-Coulomb Modell entwickelt.

Das Mohr-Coulomb Stoffgesetz ist ein elasto-plastisches Stoffgesetz mit einer kegelförmigen Grenzfläche. Diese ist nach Kolymbas (2007) definiert als

$$(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \cdot \sin \varphi + 2c \cos \varphi, \quad (13)$$

wobei σ_{\max} und σ_{\min} die maximale bzw. minimale Hauptspannung repräsentieren. Erreicht der Spannungspfad die Fließfläche und wird die maximale Hauptspannung weiter gesteigert, erfolgt die Systemantwort ideal plastisch. Die grafische Interpretation der Fließflächen zeigt Abbildung 10.

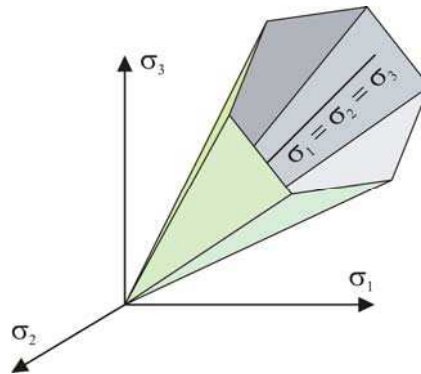


Abbildung 10: Fließflächen des Mohr-Coulomb Modells

Abbildung 11 zeigt die Auswertung eines Triaxialversuchs mit dem klassischen Mohr-Coulomb Modell für das Material m_1 .

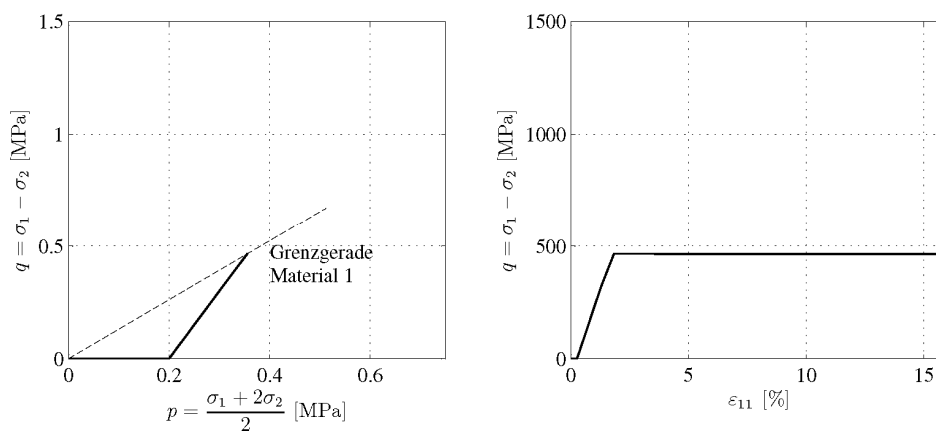


Abbildung 11: Ergebnisse des Triaxialversuchs für das Material m1. Links: Darstellung des Spannungsdeviators über die mittlere Spannung, rechts: Darstellung des Spannungsdeviators über die axiale Dehnung

Um die Topologie des Systems zu verändern, ist das Stoffgesetz dahingehend zu manipulieren, dass bei Erreichen eines zu definierenden Zustandes das Materialverhalten verändert wird. Dies wird realisiert, indem bei Erreichen des Fließkriteriums für das Bodenmaterial dieses in ein Strukturmaterial umgewandelt wird. In Abbildung 12 ist der Triaxialversuch für ein steiferes Material m_2 ebenfalls in die Diagramme eingefügt.

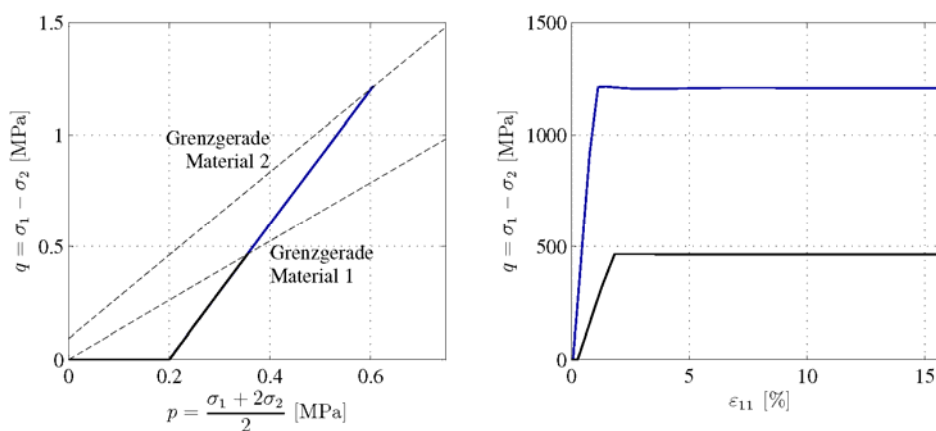


Abbildung 12: Ergebnisse des Triaxialversuchs für die Materialien m1 (schwarz) und m2 (blau). Links: Darstellung des Spannungsdeviators über die mittlere Spannung, rechts: Darstellung des Spannungsdeviators über die axiale Dehnung

Um den Übergang zwischen beiden Materialien numerisch stabil zu realisieren, ist eine sprunghafte Änderung der Stoffeigenschaften zu vermeiden. Ein stetiger Übergang bietet numerisch die besten Konvergenzeigenschaften.

Bei einer impliziten Finite-Elemente Analyse bietet sich der Einsatz einer an den Berechnungszeitschritt gekoppelten Sigmoidfunktion an. Die Sigmoidfunktion repräsentiert eine S-förmige mathematische Funktion, die beschränkt, reellwertig und stetig differenzierbar ist. Sie weist eine durchgehend positive (oder negative) Steigung auf und besitzt genau einen Wendepunkt. Die allgemeine Darstellung lautet

$$s(x) = \frac{1}{e^{fx + \frac{f}{2}}} + \frac{1}{1 + e^{\frac{f}{2}(2x-1)}} \quad (14)$$

Der Steuerungsparameter für die Steigung der Sigmoidfunktion ist der Parameter f . Die Sigmoidfunktion ist im Intervall

$$0 \leq x \leq 1 \quad (15)$$

definiert. Die Verläufe der Funktion für unterschiedliche Parameter f sind in Abbildung 13 dargestellt.

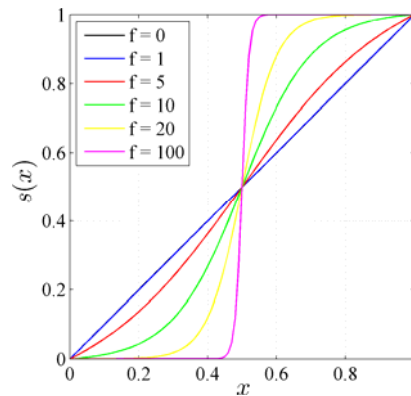


Abbildung 13: Grafische Darstellung der Sigmoidfunktion für unterschiedliche Parameter f

Bei Anwendung eines expliziten Zeitschrittverfahrens kann x über den Zeitschritt des Materialübergangs rechnerisch ermittelt werden. Der Übergang des Bodenmaterials vom elastischen in den plastischen Zustand wird als t_{pl} definiert. Die Variable x der Sigmoidfunktion ergibt sich gemäß der Differenz aus aktuellem Zeitschritt und Übergangszeitschritt.

$$x = t_{akt} - t_{pl} \quad (16)$$

Weiterhin werden für x folgende Grenzen definiert:

$$x = 0 \quad \text{für} \quad t < t_{pl} \quad \text{und} \quad x = 1 \quad \text{für} \quad t > t_{pl} + 1 \quad (17)$$

Dies besagt, dass vor dem ersten Übergang des Materials in den plastischen Bereich die Materialparameter des Materials 1 zu Grunde gelegt werden, danach die des Materials 2.

Abbildung 14 zeigt den Triaxialversuch für das bimaterielle Mohr-Coulomb Stoffmodell. Im p/q -Diagramm ist der Anstieg nach Erreichen der Grenzgerade für Material 1 auf die Grenzgerade für Material 2 zu erkennen. Der resultierende Spannungszuwachs ist unabhängig von der Steigung der Sigmoide. Im q/ε Diagramm ist dieser dagegen gut zu erkennen. Für $f=1$ beginnt direkt nach Erreichen des ersten Fließkriteriums der Anstieg, dieser verläuft jedoch deutlich flacher als der später einsetzende Übergang für $f=100$.

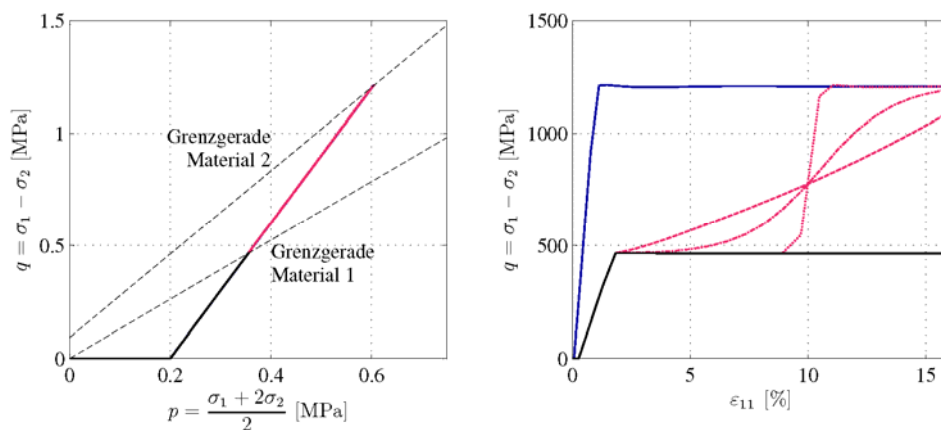


Abbildung 14: Ergebnisse des Triaxialversuchs für das bimaterielle Mohr-Coulomb Stoffmodell mit unterschiedlichen Parametern f der Sigmoide. Die Versuchspfade der Materialien m_1 (schwarz) und m_2 (blau) sind zur vollständigen Darstellung ebenfalls in den Diagrammen enthalten. Links: Darstellung des Spannungsdeviators über die mittlere Spannung, rechts: Darstellung des Spannungsdeviators über die axiale Dehnung

Der Materialübergang ist also durch die Materialparameter für m_1 und m_2 sowie die Steigung der Sigmoidfunktion definiert. Je nach Konditionierung des Zeitfaktors im Rahmen der impliziten Finite-Elemente Berechnung ist ggf. nach Beendigung der Belastung ein weiterer Zeitschritt der Dauer 1 einzufügen, während dessen der vollständige Materialübergang stattfinden kann.

5.3. BEISPIEL

Die in Abschnitt 5.2 beschriebene Vorgehensweise wird im Folgenden für ein einfaches Anwendungsbeispiel aus der Geotechnik angewandt. Für ein Streifenfundament ist die Gründung so zu dimensionieren, dass die Setzungen möglichst minimiert werden. System und Belastung sind in Abbildung 15 dargestellt.

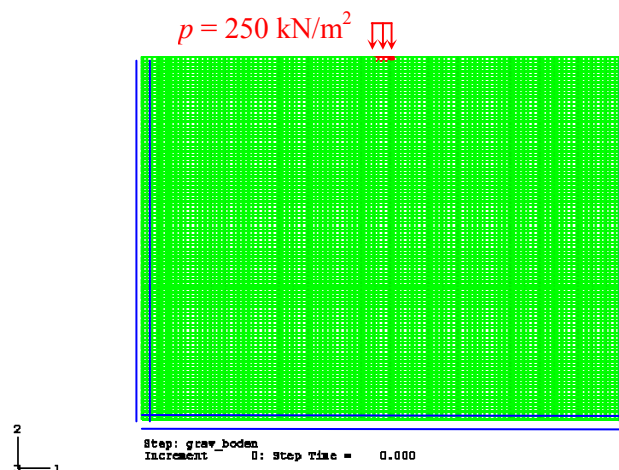


Abbildung 15: Systemgeometrie, Belastung und Randbedingungen für die Topologieoptimierung der Gründung einer Streifenlast

Die Materialparameter für Boden und Struktur sind in Tabelle 3 angegeben.

Tabelle 3: Materialparameter des bimateriellen Mohr-Coulomb Stoffgesetzes

		G	ν	φ	ψ	c	σ_t
		[MPa]	[-]	[°]	[°]	[kPa]	[kPa]
m_1	Boden	19,2	0,3	32,5	2,5	1	0,1
m_2	Beton	10.400	0,3	60,0	0,0	2680	1,0

Für einen späteren Vergleich wird zunächst eine Berechnung mit dem klassischen Mohr-Coulomb Modell ohne Materialübergang durchgeführt. Bei Ansatz der Materialparameter m_1 werden die in Abbildung 16 dargestellten Verschiebungen erhalten. Die Verschiebung des Schwerpunktes der angreifenden Last ergibt sich zu

$$u_2 = -1,989 \text{ cm} . \quad (18)$$

Unter Ansatz des bimateriellen Mohr-Coulomb Stoffmodells ergeben sich die in Abbildung 17 dargestellten Verschiebungen. Die resultierende Verschiebung des Lastschwerpunktes ergibt sich zu

$$u_1^* = -1,108 \text{ cm} = 0,56 \cdot u_1 , \quad (19)$$

d.h. die Verschiebungen konnten durch die Topologieoptimierung auf etwa die Hälfte reduziert werden. Die sich aus der Berechnung ergebende Fundamentgeometrie ist in Abbildung 18 dargestellt.

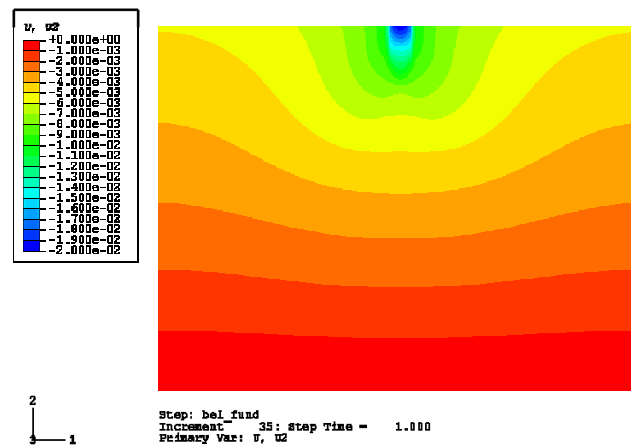


Abbildung 16: Verschiebungen u_2 in vertikaler Richtung für die streifenförmige Belastung ohne Topologieoptimierung

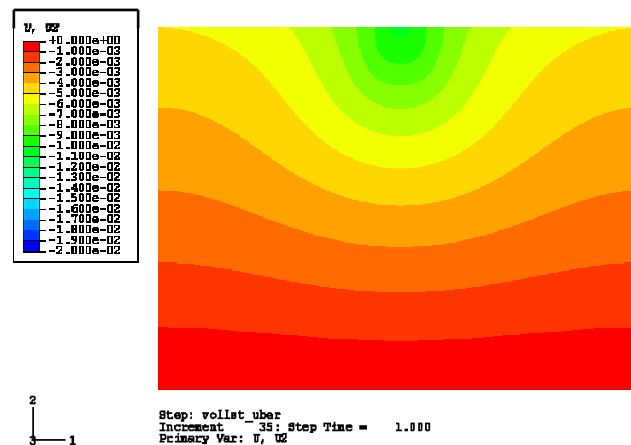


Abbildung 17: Verschiebungen u_2 in vertikaler Richtung für die streifenförmige Belastung mit Topologieoptimierung

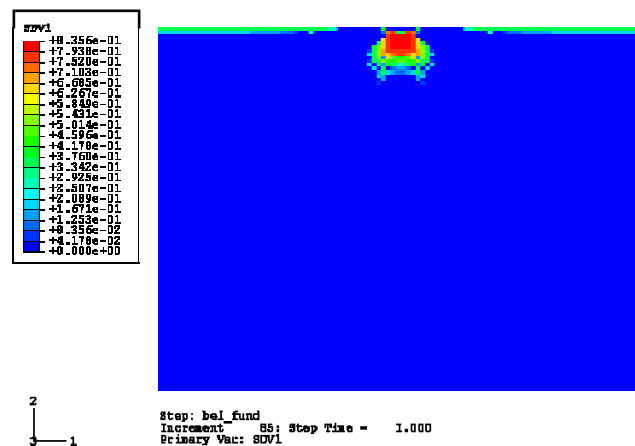


Abbildung 18: Darstellung der aus dem Materialübergang resultierenden Fundamentgeometrie mit Darstellung des Zeitpunktes des Übergangs

Die Farbschattierung gibt Aufschluss darüber, zu welchem Zeitpunkt die Materialanpassung erfolgt. Die Last wurde in einem ideellen Zeitschritt der Größe 1 aufgebracht. Zunächst wird für die Elemente unmittelbar unterhalb der Last der plastische Zustand erreicht, der Materialübergang beginnt dort. Mit zunehmender Laststeigerung breitet sich der Fundamentkörper weiter in die Tiefe und ebenso leicht in die Breite aus. Die Materialübergänge an der Geländeoberkante lassen sich dadurch erklären, dass in diesem Bereich bedingt durch die Randbedingungen Zugspannungen auftreten. Dadurch wird auch hier die Grenzfläche erreicht. Im Zuge einer verbesserten Modellierung könnten diese Bereiche zukünftig in ein drittes Material mit positiven Zugeigenschaften übergehen oder der Materialübergang im Zugbereich unterbunden werden.

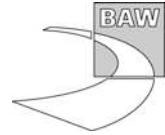
6. Zusammenfassung und Ausblick

Numerische Optimierungsverfahren können als Werkzeug zur Unterstützung und Ausrichtung des Entwurfprozesses eingesetzt werden. Der erhöhte Aufwand, der durch die Parametrisierung des Entwurfs und die gesteigerten Anforderungen an die Rechenleistung entsteht, wird durch die hohe Effizienz der ermittelten Lösung hinsichtlich der in Betracht gezogenen Entwurfsziele aufgewogen. Die auf der Grundlage einer Optimierung erhaltenen Ergebnisse können zum Vergleich unterschiedlicher Konstruktionen unter Einhaltung der Randbedingungen ebenso verwendet werden wie zur Visualisierung der Lösungssensitivitäten hinsichtlich einzelner Entwurfparameter. Durch Verständnis des Tragverhaltens in Kombination mit Aspekten der Gebrauchstauglichkeit oder/und der Wirtschaftlichkeit können vorteilhafte Entwürfe realisiert und belegt werden. Vergleichende Analysen der Ergebnisse können zudem dazu verwendet werden, Konstruktionsregeln für ähnliche Bauwerke zu entwickeln.

Für das dargestellte Forschungsprojekt unter dem Arbeitstitel FEMNOG, Finite-Elemente basierte multikriterielle numerische Optimierung geotechnischer Konstruktionen für den Gebrauchszustand, wurde seitens der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG eine zweijährige Sachbeihilfe bewilligt. Im Rahmen der Arbeiten sollen die dargestellten Ansätze weiterentwickelt und auf weitere Beispiele angewandt werden.

Literatur

- Ciegis, R., Baravykaite, M., Belevicius, R. (2006). Parallel Global Optimization of Foundations Schemes in Civil Engineering, PARA 2004, S. 305-313.
 Deb, K. (2001). Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms, John Wiley & Sons, Ltd.



- Grabe, J., Hügel, H.M. (2007). Zur Bemessung geotechnischer Konstruktionen mit Finite-Elemente Methoden. Workshopbeitrag in "Bemessen mit Finite-Elemente Methoden", Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik und Baubetrieb der Technischen Universität Hamburg-Harburg, Band 14, S. 1-16.
- Goldberg, D.E. 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley.
- Hasançebi, O., Erbatur, F. (2001). Layout optimization of trusses using improved GA methodologies. Acta Mechanica 146, S. 87-107, Springer Verlag.
- Kinzler, S., König, F., Grabe, J. 2007. Entwurf einer Pfahlgründung unter Anwendung der Mehrkriterienoptimierung, Bauingenieur, Vol. 82, No. 9, S. 367-379.
- Kinzler, S., Grabe, J. (2007). Wirtschaftliche Optimierung rückverankerter Spundwandkonstruktionen. Workshopbeitrag in "Optimierung in der Geotechnik – Strategien und Fallbeispiele", Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik und Baubetrieb der Technischen Universität Hamburg-Harburg, Band 12, S. 61-86.
- Kim, H.-T., Jeon, E.-J. 2000. Optimum Design of Piled Raft Foundations Using A Genetic Algorithm, Journal of the KGS, Vol. 16, No. 3, S. 47-55.
- Kolymbas, D. (2007). Geotechnik – Bodenmechanik, Grundbau und Tunnelbau. Springer Verlag Berlin, 2. Auflage.
- König, F., 2008. Zur zeitlichen Traglastentwicklung von Pfählen und der nachträglichen Erweiterung bestehender Pfahlgründungen. Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik und Baubetrieb der Technischen Universität Hamburg-Harburg, Heft 17.
- Niemuis, A., Herle, I. (1997). Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. Mechanics of Cohesive-Frictionless Materials 2, S. 279-299.
- Schmit, L.A., Robert, H.M. (1963). Structural Synthesis and Design Parameters, Journal of the Structural Division, S. 269-299.
- Von Wolffersdorff, P.A. (1996). A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials 1, S. 251-271.
- Zilinskas, J (2001). Black Box global optimization: covering methods and their parallelization. Doctoral dissertation, Kaunas Technological University, Kaunas, 2002.